

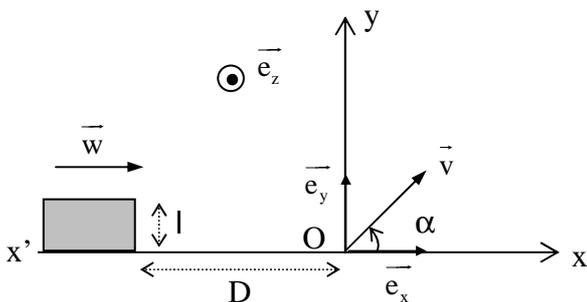
TD MECANIQUE : Cinématique

Exercice 1 : Mouvement rectiligne décéléré

Un mobile P a une accélération constante portée par l'axe Ox du repère d'étude : $\vec{a}(P/R) = a \cdot \vec{e}_x$. A $t = 0$, sa vitesse est $\vec{v}_0 = v_0 \cdot \vec{e}_x$ et il se trouve sur l'axe Ox en M_0 d'abscisse x_0 .

- 1) Donner l'équation horaire du mouvement ($x(t)$).
- 2) Exprimer la relation liant son abscisse x au carré de sa vitesse. (réponse : $x - x_0 = \frac{v^2 - v_0^2}{2a}$)
- 3) La vitesse v_0 est positive, et a est négative. Soit M_1 le point de l'axe Ox d'abscisse $x_1 = x_0 + D$ ($D > 0$). Quelle est la condition sur a , v_0 et D pour que le mobile puisse atteindre le point M_1 ?

Exercice 2 : Mouvement rectiligne uniforme



Soit une voiture de largeur l en mouvement le long d'un trottoir rectiligne $x'x$. Un piéton, en O , décide de traverser la rue au moment où la voiture se trouve à une distance D . Le mouvement du piéton dans le référentiel R est rectiligne uniforme de vitesse \vec{v} faisant l'angle α par rapport à l'axe Ox de R ($0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}$).

La voiture se déplace, dans R , à la vitesse constante $\vec{w} = w \cdot \vec{e}_x$.

- 1) D , l et w étant fixés, quelle relation doivent vérifier v et α pour que la collision soit évitée ?

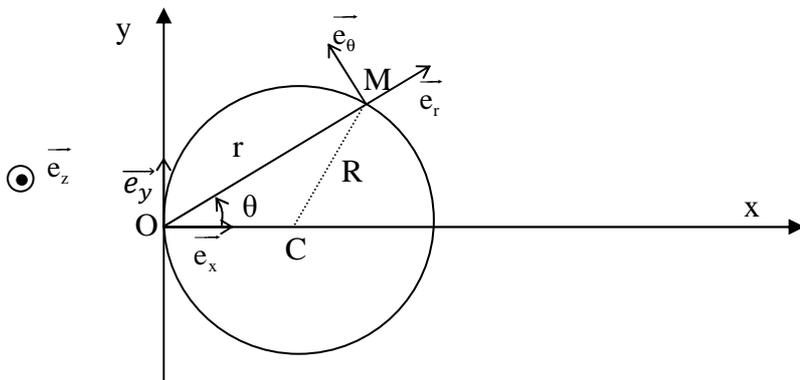
(réponse : $v \geq \frac{lw}{D \sin \alpha + l \cos \alpha}$)

- 2) En déduire la valeur de α correspondant à la valeur minimale de la norme de \vec{v} pour que le choc soit évité.

- 3) Exprimer dans ce cas la valeur minimale de la vitesse en fonction de w , D et l .

Indication : $\cos^2(x) = \frac{1}{1 + \tan^2(x)}$

Exercice 3 : Mouvement circulaire uniforme



Dans le référentiel terrestre R , un point M décrit, dans le plan (xOy) du repère R , une trajectoire circulaire, de centre C et de rayon R . Il est repéré par ses coordonnées polaires indiquées sur le schéma ci-dessus et son mouvement est tel que $\dot{\theta} = \omega_0 = \text{cste}$.

- 1) Déterminer l'équation de la trajectoire en coordonnées polaires ($r(\theta)$). (réponse : $r = 2R \cos \theta$)
- 2) Exprimer, en coordonnées polaires, les vecteurs vitesse et accélération de M dans R . Quelles sont leurs normes respectives ? Montrer que le mouvement est uniforme.
- 3) Quels angles font les vecteur vitesse et accélération avec \vec{e}_r ?
- 4) Montrer que le vecteur accélération peut s'exprimer simplement en fonction de ω_0 et du vecteur \vec{CM} .
- 5) Comment aurait-on pu obtenir plus rapidement les résultats précédents ?

Exercice 4 : Spirale logarithmique

Le mouvement d'un point M étudié dans le référentiel terrestre R est repéré par ses coordonnées polaires dans le repère R : $r = r_0 \cdot e^\theta$ et $\theta = \omega \cdot t$. Les paramètres r_0 et ω sont des constantes positives.

- 1) Tracer qualitativement l'allure de la trajectoire décrite par M.
- 2) Exprimer les composantes radiales et orthoradiales de sa vitesse dans R, $\vec{v}(M/R)$.
- 3) En déduire l'angle ϕ entre le vecteur vitesse $\vec{v}(M/R)$ et le vecteur position \vec{OM} à l'instant t.
- 4) Exprimer les composantes radiales et orthoradiales de son accélération $\vec{a}(M/R)$
- 5) Le mouvement est-il uniforme ?

Remarque : on retrouve cette géométrie dans de nombreux phénomènes naturels à différentes échelles (coquille d'escargot, cyclone, galaxie...)

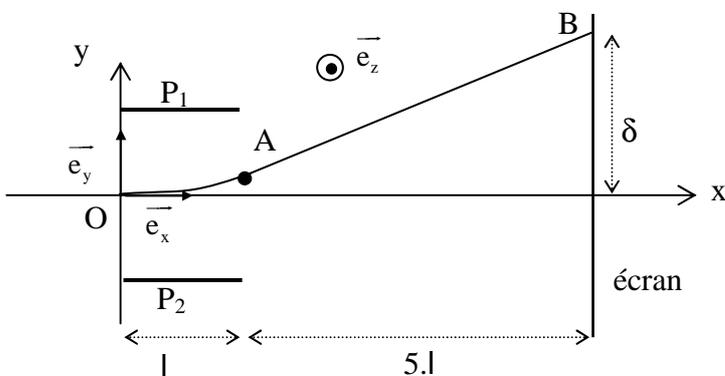


Exercice 5 : Oscilloscope

On étudie le mouvement des électrons formant le faisceau qui arrivant sur l'écran laisse une trace fluorescente. Les électrons arrivent en O avec une vitesse $\vec{v}_0 = v_0 \cdot \vec{e}_x$. Ils traversent les plaques de déviation P_1 et P_2 de longueur l. Entre ces plaques, ils sont soumis à une accélération constante $\vec{a}_0 = a_0 \cdot \vec{e}_y$ et sont déviés.

L'écran est à la distance $D = 5l$ de la sortie des plaques.

A la sortie des plaques, en A, leur vitesse est \vec{v}_A et fait l'angle α avec \vec{e}_x . De A à B, point d'impact, leur accélération est nulle.



1) Donner les équations horaires du mouvement des électrons entre les plaques de déviation ($x(t)$ et $y(t)$). En déduire l'équation cartésienne de leur trajectoire ($y(x)$).

2) Déterminer, puis calculer α .

3) Déterminer la trajectoire des électrons entre A et B. Calculer la déviation δ .

Données : $v_0 = 3 \cdot 10^7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ $a_0 = 10^{15} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ $l = 5 \text{ cm}$

Remarque : Pour de plus amples informations concernant le fonctionnement de l'oscilloscope, se référer au TP - COURS « Instrumentation électrique ».