

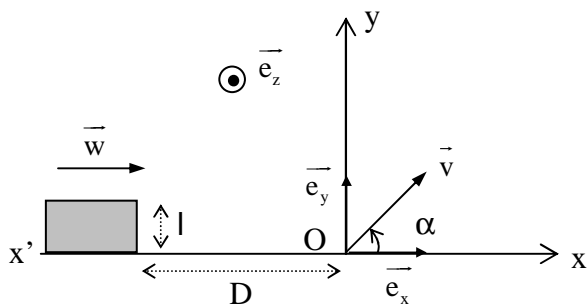
## TD MECANIQUE : Cinématique

### Exercice 1 : Mouvement rectiligne décéléré

Un mobile P a une accélération constante portée par l'axe Ox du repère d'étude :  $\vec{a}(P/R) = a \cdot \vec{e}_x$ . A  $t = 0$ , sa vitesse est  $\vec{v}_0 = v_0 \cdot \vec{e}_x$  et il se trouve sur l'axe Ox en  $M_0$  d'abscisse  $x_0$ .

- 1) Donner l'équation horaire du mouvement ( $x(t)$ ).
- 2) Exprimer la relation liant son abscisse  $x$  au carré de sa vitesse. (réponse :  $x - x_0 = \frac{v^2 - v_0^2}{2a}$ )
- 3) La vitesse  $v_0$  est positive, et  $a$  est négative. Soit  $M_1$  le point de l'axe Ox d'abscisse  $x_1 = x_0 + D$  ( $D > 0$ ). Quelle est la condition sur  $a$ ,  $v_0$  et  $D$  pour que le mobile puisse atteindre le point  $M_1$  ?

### Exercice 2 : Mouvement rectiligne uniforme



Soit une voiture de largeur  $l$  en mouvement le long d'un trottoir rectiligne  $x'$ . Un piéton, en  $O$ , décide de traverser la rue au moment où la voiture se trouve à une distance  $D$ . Le mouvement du piéton dans le référentiel  $R$  est rectiligne uniforme de vitesse  $\vec{v}$  faisant l'angle  $\alpha$  par rapport à l'axe Ox de  $R$  ( $0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}$ ).

La voiture se déplace, dans  $R$ , à la vitesse constante  $\vec{w} = w \cdot \vec{e}_x$ .

- 1)  $D$ ,  $l$  et  $w$  étant fixés, quelle relation doivent vérifier  $v$  et  $\alpha$  pour que la collision soit évitée ?

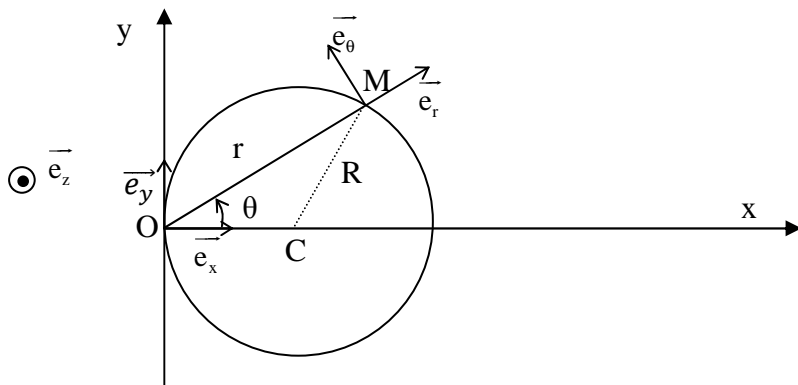
(réponse :  $v \geq \frac{lw}{D \sin \alpha + l \cos \alpha}$ )

- 2) En déduire la valeur de  $\alpha$  correspondant à la valeur minimale de la norme de  $\vec{v}$  pour que le choc soit évité.

- 3) Exprimer dans ce cas la valeur minimale de la vitesse en fonction de  $w$ ,  $D$  et  $l$ .

Indication :  $\cos^2(x) = \frac{1}{1 + \tan^2(x)}$

### Exercice 3 : Mouvement circulaire uniforme



Dans le référentiel terrestre  $R$ , un point  $M$  décrit, dans le plan  $(xOy)$  du repère  $R$ , une trajectoire circulaire, de centre  $C$  et de rayon  $R$ . Il est repéré par ses coordonnées polaires indiquées sur le schéma ci-dessus et son mouvement est tel que  $\dot{\theta} = \omega_0 = \text{cste}$ .

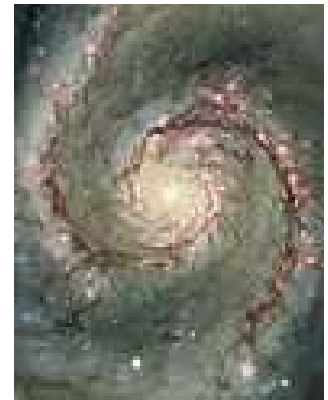
- 1) Déterminer l'équation de la trajectoire en coordonnées polaires ( $r(\theta)$ ). (réponse :  $r = 2R \cos \theta$ )
- 2) Exprimer, en coordonnées polaires, les vecteurs vitesse et accélération de  $M$  dans  $R$ . Quelles sont leurs normes respectives ? Montrer que le mouvement est uniforme.
- 3) Quels angles font les vecteur vitesse et accélération avec  $\vec{e}_r$  ?
- 4) Montrer que le vecteur accélération peut s'exprimer simplement en fonction de  $\omega_0$  et du vecteur  $\vec{CM}$ .
- 5) Comment aurait-on pu obtenir plus rapidement les résultats précédents ?

### Exercice 4 : Spirale logarithmique

Le mouvement d'un point M étudié dans le référentiel terrestre R est repéré par ses coordonnées polaires dans le repère R :  $r = r_0 \cdot e^\theta$  et  $\theta = \omega \cdot t$ . Les paramètres  $r_0$  et  $\omega$  sont des constantes positives.

- 1) Tracer qualitativement l'allure de la trajectoire décrite par M.
- 2) Exprimer les composantes radiales et orthoradiales de sa vitesse dans R,  $\vec{v}(M/R)$ .
- 3) En déduire l'angle  $\phi$  entre le vecteur vitesse  $\vec{v}(M/R)$  et le vecteur position  $\vec{OM}$  à l'instant t.
- 4) Exprimer les composantes radiales et orthoradiales de son accélération  $\vec{a}(M/R)$
- 5) Le mouvement est-il uniforme ?

*Remarque :* on retrouve cette géométrie dans de nombreux phénomènes naturels à différentes échelles (coquille d'escargot, cyclone, galaxie...)

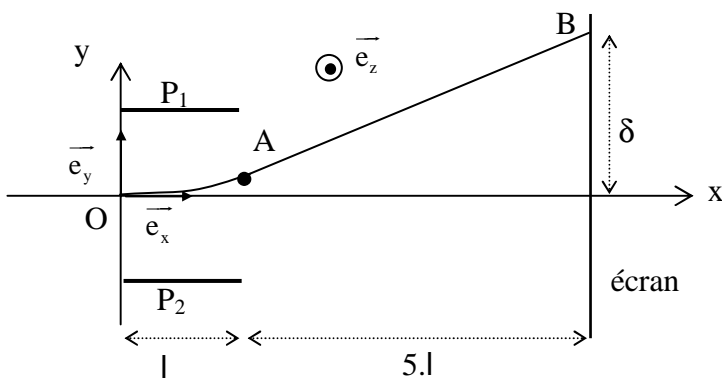


### Exercice 5 : Oscilloscope

On étudie le mouvement des électrons formant le faisceau qui arrivant sur l'écran laisse une trace fluorescente. Les électrons arrivent en O avec une vitesse  $\vec{v}_0 = v_0 \cdot \vec{e}_x$ . Ils traversent les plaques de déviation  $P_1$  et  $P_2$  de longueur l. Entre ces plaques, ils sont soumis à une accélération constante  $\vec{a}_0 = a_0 \cdot \vec{e}_y$  et sont déviés.

L'écran est à la distance  $D = 5l$  de la sortie des plaques.

A la sortie des plaques, en A, leur vitesse est  $\vec{v}_A$  et fait l'angle  $\alpha$  avec  $\vec{e}_x$ . De A à B, point d'impact, leur accélération est nulle.



1) Donner les équations horaires du mouvement des électrons entre les plaques de déviation ( $x(t)$  et  $y(t)$ ). En déduire l'équation cartésienne de leur trajectoire ( $y(x)$ ).

2) Déterminer, puis calculer  $\alpha$ .

3) Déterminer la trajectoire des électrons entre A et B. Calculer la déviation  $\delta$ .

Données :  $v_0 = 3 \cdot 10^7 \text{ m.s}^{-1}$   $a_0 = 10^{15} \text{ m.s}^{-2}$   $l = 5 \text{ cm}$

*Remarque :* Pour de plus amples informations concernant le fonctionnement de l'oscilloscope, se référer au TP - COURS « Instrumentation électrique ».